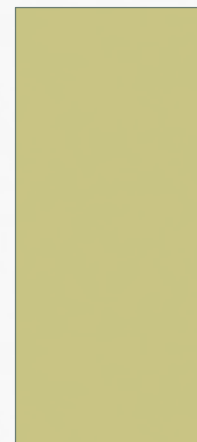


TERMODINÂMICA

GASES IDEAIS E MÁQUINAS TÉRMICAS



REVISÃO

- Na aula passada, vimos que gases rarefeitos apresentam o mesmo comportamento, independentemente da substância.

REVISÃO

- Na aula passada, vimos que gases rarefeitos apresentam o mesmo comportamento, independentemente da substância.
 - Equação de estado:

$$PV = nRT$$

T em Kelvin!!

REVISÃO

- Na aula passada, vimos que gases rarefeitos apresentam o mesmo comportamento, independentemente da substância.
 - Equação de estado:

$$PV = nRT$$

- Vimos ainda que a energia interna dos gases ideais é função apenas de sua temperatura.

INTRODUÇÃO

- Consideremos gases rarefeitos, estes apresentam o mesmo comportamento, independentemente da substância.
 - Equação de estado:

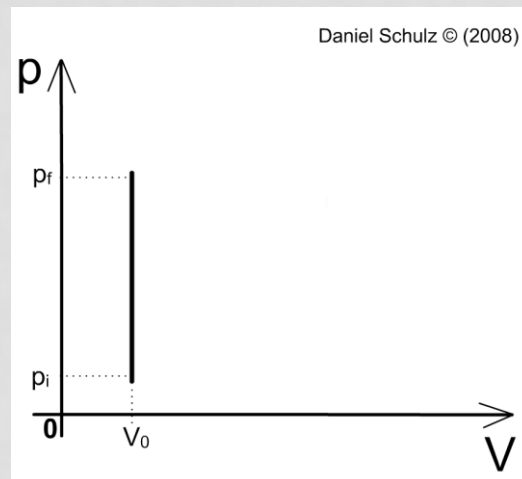
$$PV = nRT$$

- Nestes gases a energia interna (gases Ideais) é função apenas de sua temperatura.
 - Um processo isotérmico é caracterizado por $PV = \text{constante}$.
 - Num processo isotérmico

$$W = Q = nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

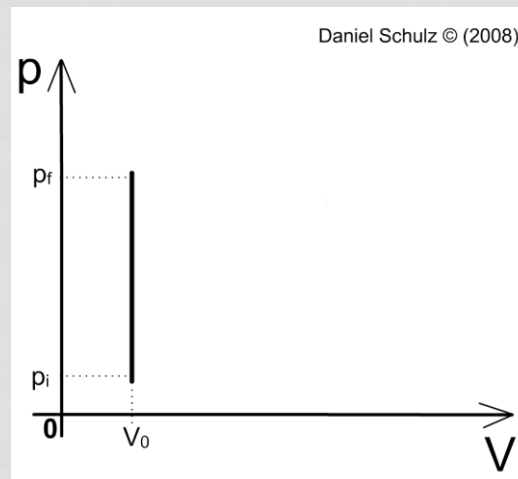
PROCESSO ISOCÓRICOS

- Consideremos um processo no qual não haja variação de volume.



PROCESSO ISOCÓRICOS

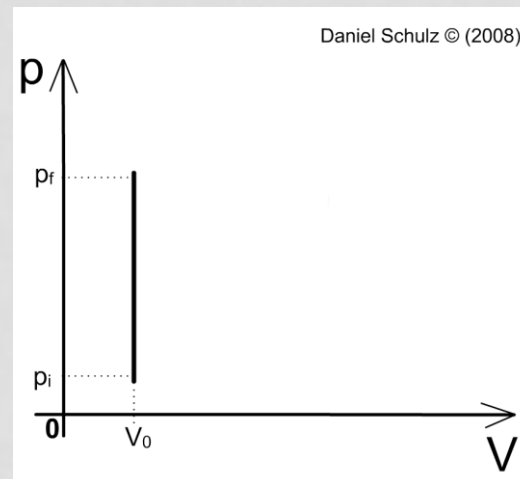
- Consideremos um processo no qual não haja variação de volume.
 - $W = 0$.



PROCESSO ISOCÓRICOS

- Consideremos um processo no qual não haja variação de volume.
 - $W = 0$.
 - Empiricamente, verificamos que o calor trocado neste processo é proporcional à variação de temperatura.

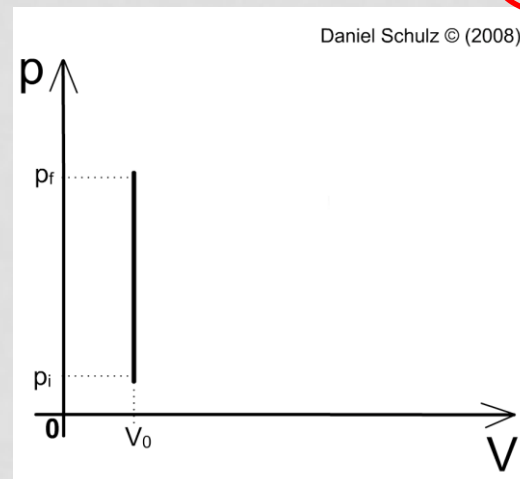
$$\dot{d}Q = nC_V dT$$



PROCESSO ISOCÓRICOS

- Consideremos um processo no qual não haja variação de volume.
 - $W = 0$.
 - Empiricamente, verificamos que o calor trocado neste processo é proporcional à variação de temperatura.

$$\dot{d}Q = nC_V dT$$



capacidade térmica a volume constante!

PROCESSO ISOCÓRICOS

- Consideremos um processo no qual não haja variação de volume.
 - $W = 0$.
 - Empiricamente, verificamos que o calor trocado neste processo é proporcional à variação de temperatura.

$$\dot{d}Q = nC_V dT$$

- Desta forma:

$$dU = nC_V dT$$

PROCESSO ISOCÓRICOS

- Consideremos um processo no qual não haja variação de volume.
 - $W = 0$.
 - Empiricamente, verificamos que o calor trocado neste processo é proporcional à variação de temperatura.

$$\dot{d}Q = nC_V dT$$

- Desta forma:

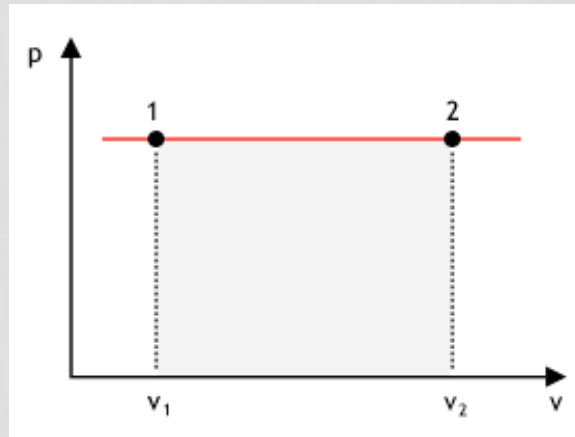
$$dU = nC_V dT$$

- Como U é função apenas de T , podemos integrar a equação acima:

$$\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} nC_V(T) dT$$

PROCESSO ISOBÁRICOS

- Consideremos um processo no qual não haja variação de pressão.

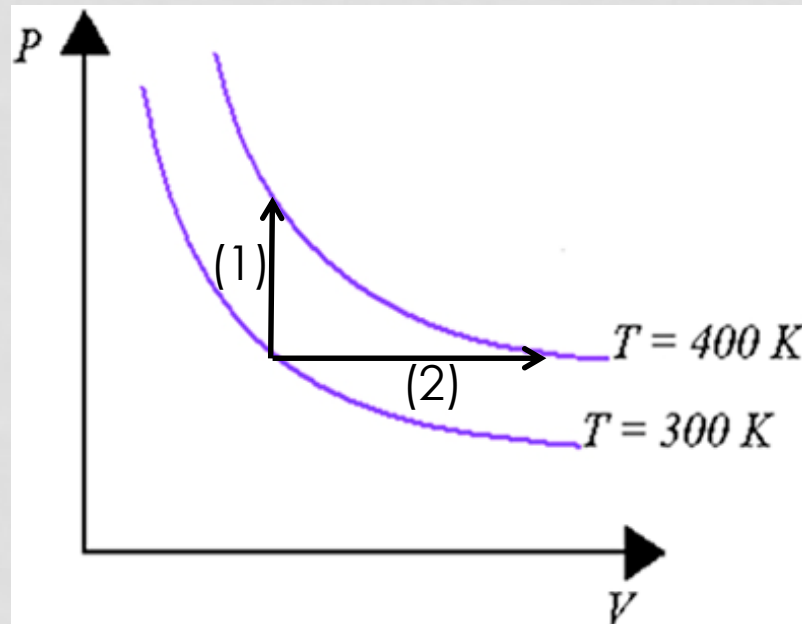


$$dQ = nC_P dT$$

$$W = P\Delta V$$

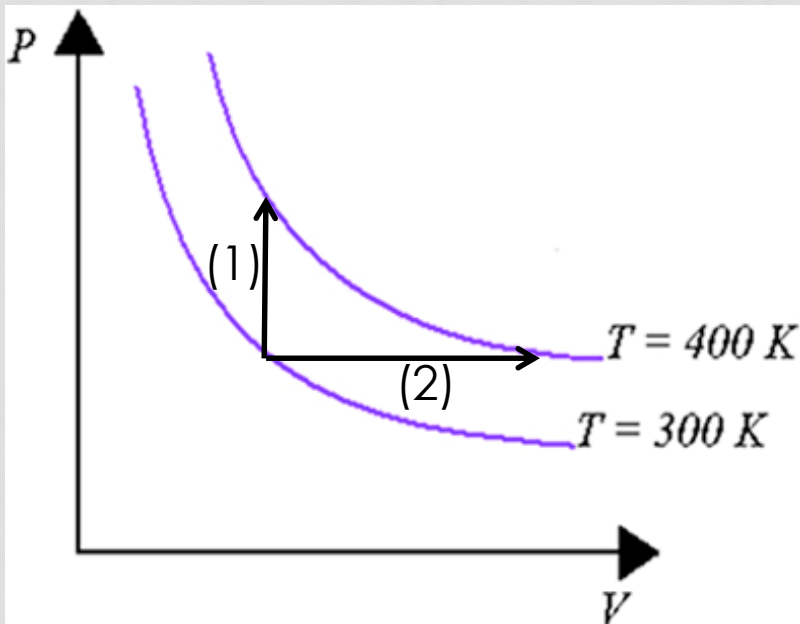
RELAÇÃO ENTRE C_p E C_v

- Considere os seguintes processos:
 - (1): isocórico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.
 - (2): isobárico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.



RELAÇÃO ENTRE C_P E C_V

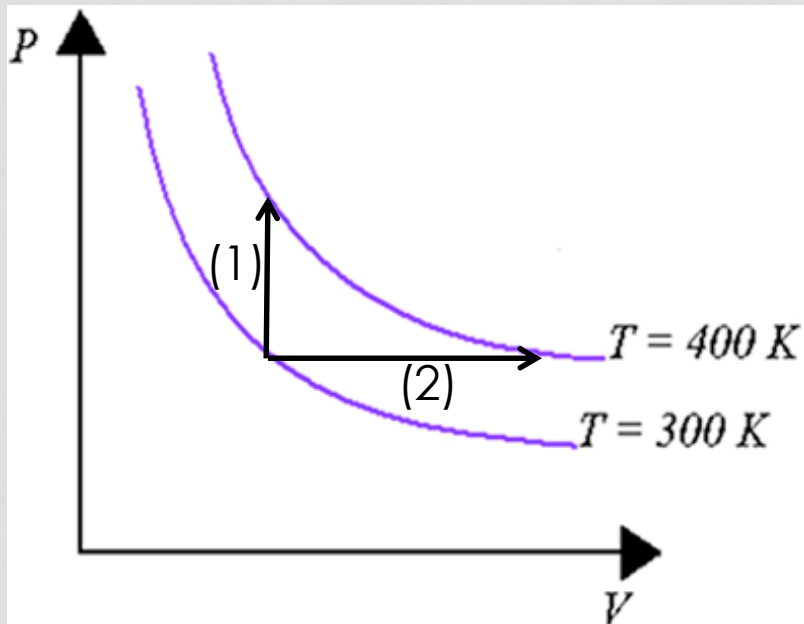
- Considere os seguintes processos:
 - (1): isocórico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.
 - (2): isobárico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.



$$dU_1 = nC_V dT$$
$$dU_2 = nC_P dT - P dV$$

RELAÇÃO ENTRE C_P E C_V

- Considere os seguintes processos:
 - (1): isocórico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.
 - (2): isobárico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.



$$dU_1 = nC_V dT$$

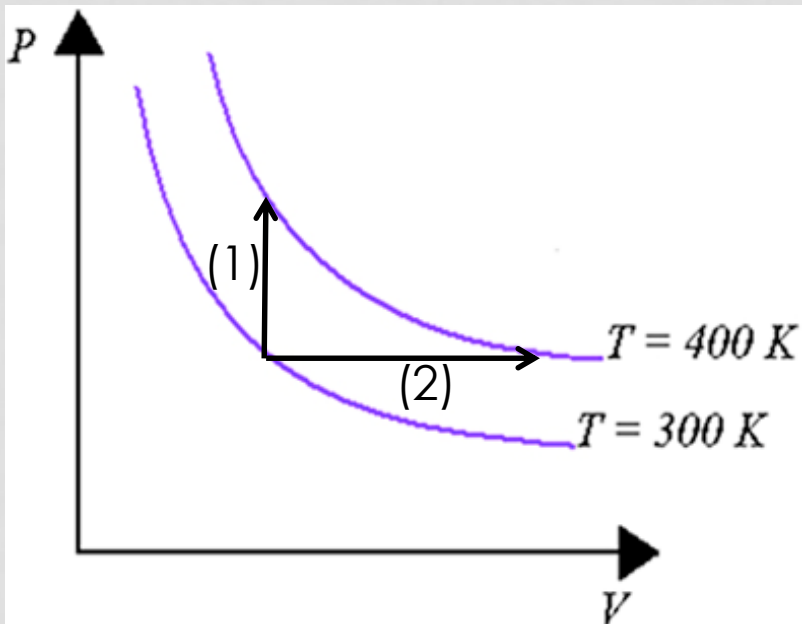
$$dU_2 = nC_P dT - PdV$$

No processo (2) vale (pois $dP=0$):

$$PdV = nRdT$$

RELAÇÃO ENTRE C_P E C_V

- Considere os seguintes processos:
 - (1): isocórico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.
 - (2): isobárico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.

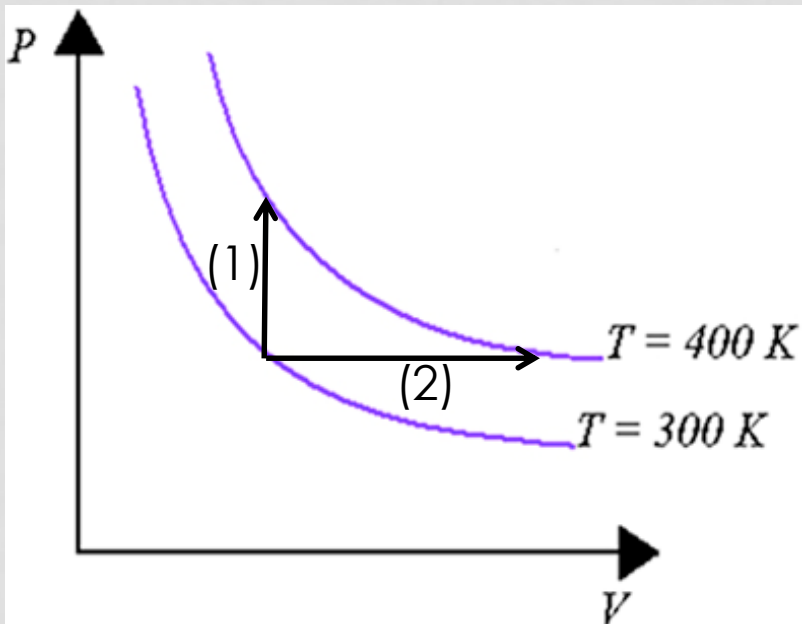


$$dU_1 = nC_V dT$$

$$dU_2 = nC_P dT - nR dT$$

RELAÇÃO ENTRE C_P E C_V

- Considere os seguintes processo:
 - (1): isocórico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.
 - (2): isobárico entre as isotermas $T=300\text{ K}$ e $T=400\text{ K}$.



$$dU_1 = nC_V dT$$

$$dU_2 = nC_P dT - nR dT$$

Como a variação de temperatura em (1) e (2) são iguais: $dU_1 = dU_2$. Logo,

$$C_P = C_V + R$$

PROCESSOS ADIABÁTICOS

- Numa transformação adiabática por definição não há troca de calor.

PROCESSOS ADIABÁTICOS

- Numa transformação adiabática por definição não há troca de calor.
- 1º lei: $dU = -PdV$

PROCESSOS ADIABÁTICOS

- Numa transformação adiabática por definição não há troca de calor.
- 1º lei: $dU = -PdV$
 - Como vimos,

$$dU = nC_V dT$$

PROCESSOS ADIABÁTICOS

- Numa transformação adiabática por definição não há troca de calor.
- 1º lei: $dU = -PdV$
 - Como vimos,

$$dU = nC_V dT$$

- Pela equação dos gases ideais:

$$PdV + VdP = nRdT \quad VdP = -PdV + nRdT$$

$$VdP = nRdT + nC_v dT$$

$$VdP = nC_p dT$$

PROCESSOS ADIABÁTICOS

De acordo com $dU = -PdV$ $dU = nC_V dT$

$$-PdV = nC_V dT$$

$$VdP = \frac{C_p}{C_V} nC_V dT$$

$$VdP = -\frac{C_p}{C_V} PdV \rightarrow \frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

PROCESSOS ADIABÁTICOS

- **Exercício:** usando a expressão anterior mostre que

$$PV^\gamma = \text{constante}$$

- na qual

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

PROCESSOS ADIABÁTICOS

- **Exercício:** usando a expressão anterior mostre que

$$PV^\gamma = \text{constante}$$

- na qual

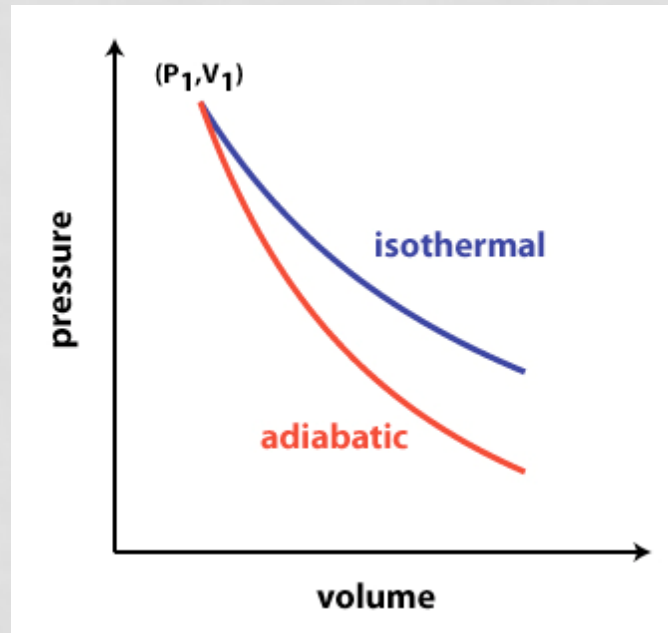
$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

- Note que

$$\gamma = 1 + \frac{R}{C_V} > 1$$

PROCESSOS ADIABÁTICOS

- Como $\gamma > 1$, num diagrama P-V a adiabática cai mais rápido com V do que uma isoterma.



PROCESSOS ADIABÁTICOS

- **Exercício:** Mostre que num processo adiabático:

$$W = -\frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma - 1}$$

- **Desafio:** Modelando a subida de uma massa de ar como um processo adiabático, calcule a variação da temperatura com a altitude.

MÁQUINAS TÉRMICAS

- Podemos construir máquinas que usam o trabalho realizado por gases para funções mecânicas!

MÁQUINAS TÉRMICAS

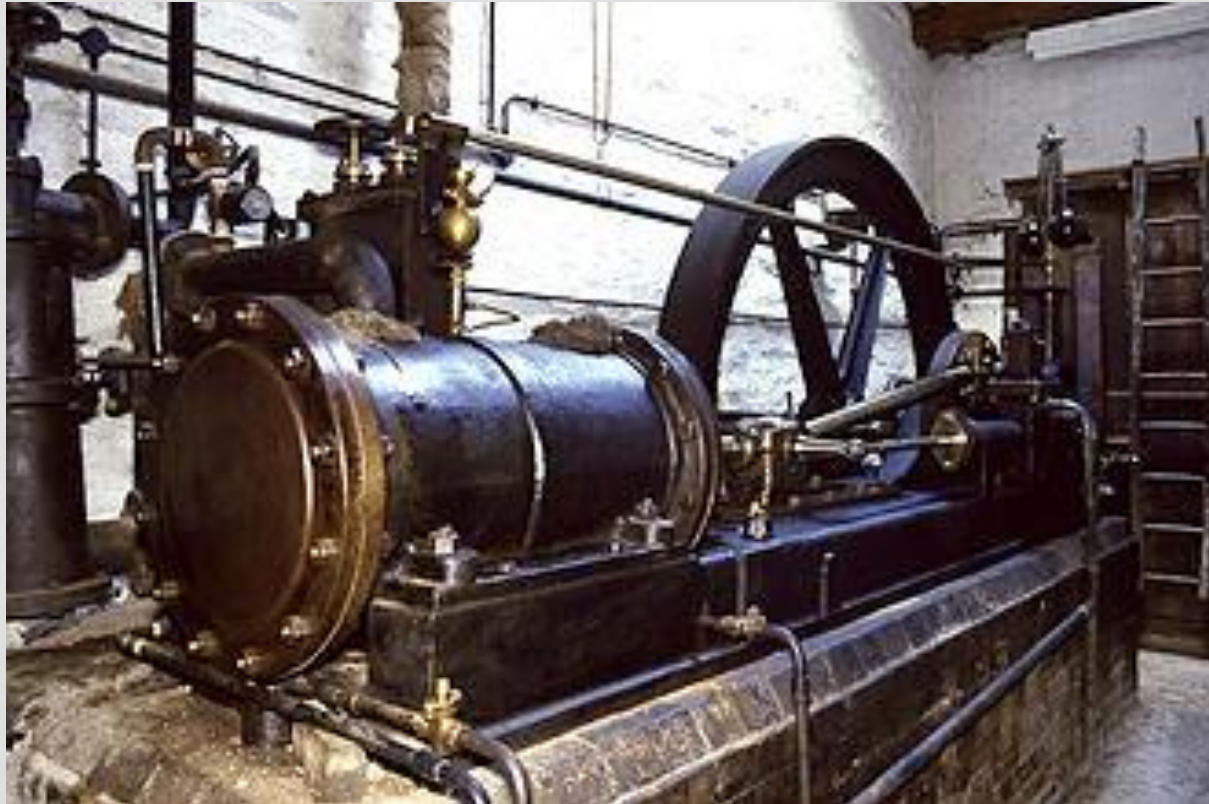
- Podemos construir máquinas que usam o trabalho realizado por gases para funções mecânicas!
 - Na prática, as máquinas são construídas para o gás sofrer um processo **cíclico**. Desta forma, após realizar o trabalho o gás retorna ao estado inicial podendo recomeçar o processo e realizar novamente trabalho.

MÁQUINAS TÉRMICAS

- Podemos construir máquinas que usam o trabalho realizado por gases para funções mecânicas!
 - Na prática, as máquinas são construídas para o gás sofrer um processo **cíclico**. Desta forma, após realizar o trabalho o gás retorna ao estado inicial podendo recomeçar o processo e realizar novamente trabalho.
- **Exemplos:**
 - Máquinas térmicas aparecem em diversas situações cotidianas.

MÁQUINAS TÉRMICAS

- Exemplos:



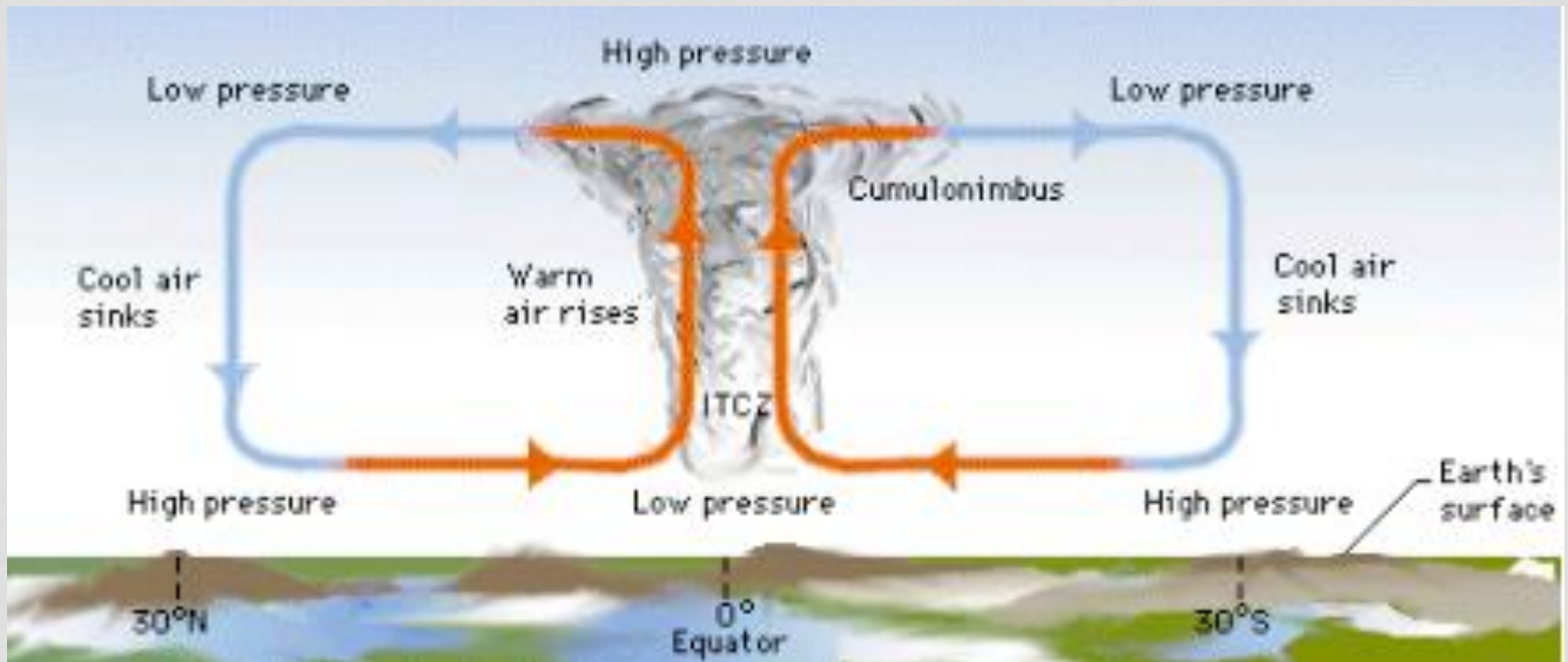
MÁQUINAS TÉRMICAS

- Exemplos:



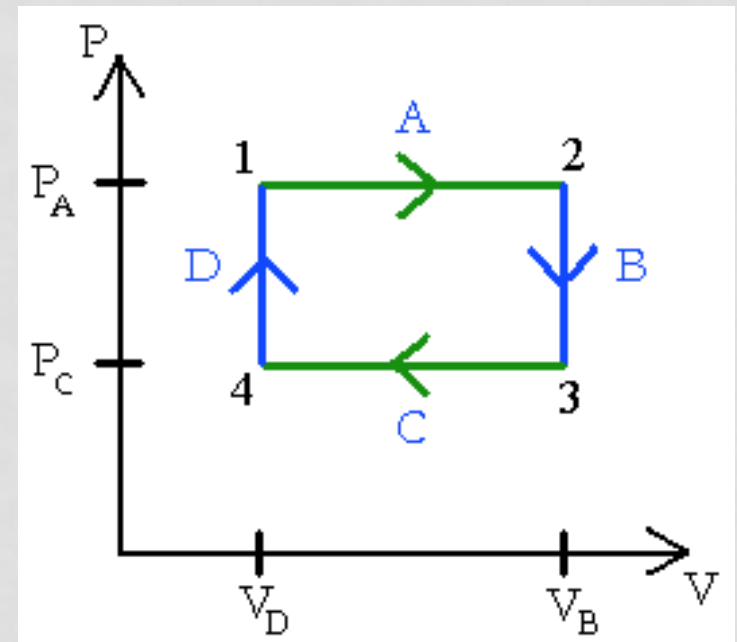
MÁQUINAS TÉRMICAS

- **Exemplos:** As máquinas não precisam ser necessariamente feitas pelo homem! (Célula de Hadley)



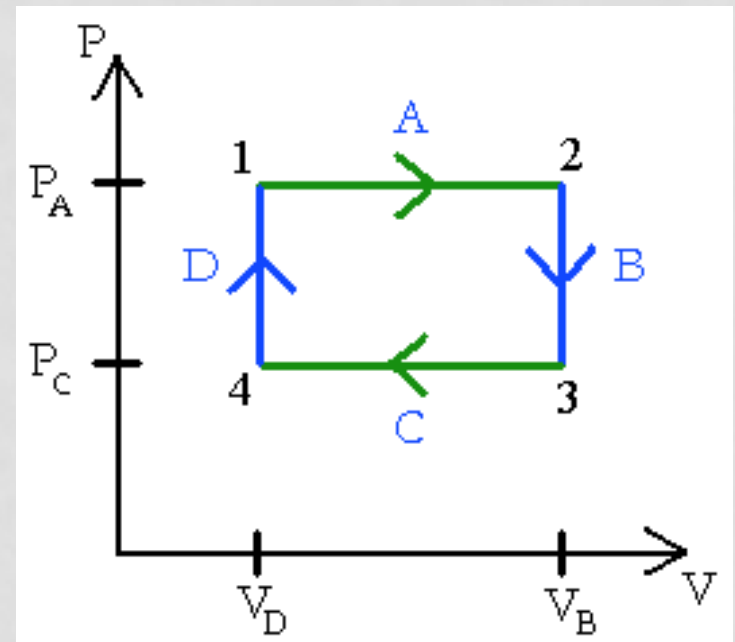
MÁQUINAS TÉRMICAS

- Para introduzir a notação utilizada para máquinas térmicas, estudemos o seguinte ciclo:
 - Ciclo: Ponto inicial = final $\Rightarrow \Delta U = 0$
- Pela 1ª lei: $Q = W$



MÁQUINAS TÉRMICAS

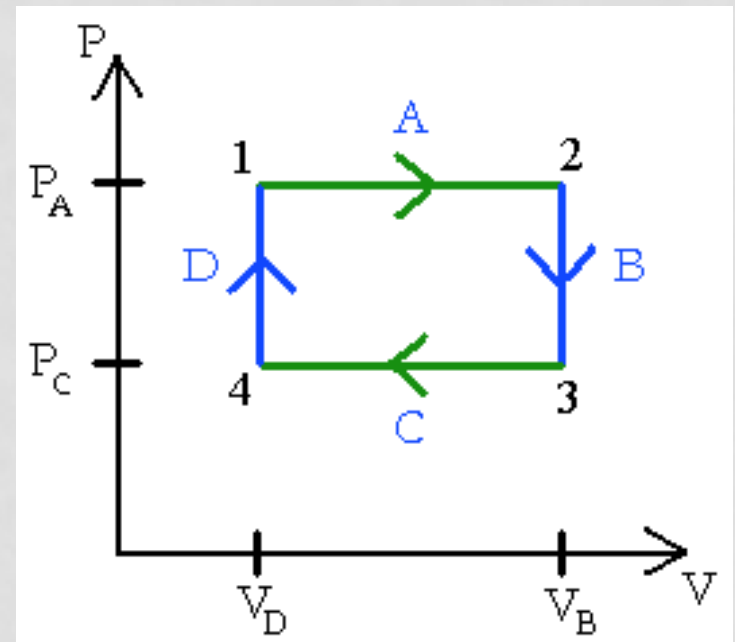
- Para introduzir a notação utilizada para máquinas térmicas, estudemos o seguinte ciclo:
 - Ciclo: Ponto inicial = final $\Rightarrow \Delta U = 0$
- Pela 1ª lei: $Q = W$
 - Para o gás realizar trabalho devemos ter ciclo no sentido horário.
(calor deve ser fornecido ao gás)



MÁQUINAS TÉRMICAS

- Para introduzir a notação utilizada para máquinas térmicas, estudemos o seguinte ciclo:
 - Ciclo: Ponto inicial = final $\Rightarrow \Delta U = 0$
- Pela 1ª lei: $Q = W$
 - Para o gás realizar trabalho devemos ter ciclo no sentido horário.
(calor deve ser fornecido ao gás)
 - Note que:

$$Q_A, Q_D > 0$$
$$Q_B, Q_C < 0$$



MÁQUINAS TÉRMICAS

- Definimos

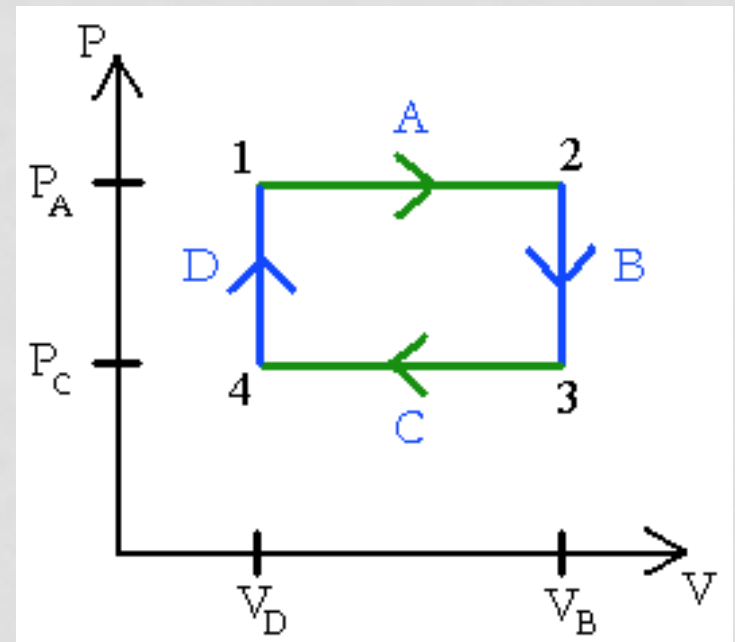
$$-Q_B - Q_C = \text{calor perdido} =: Q_P$$

$$Q_D + Q_A = \text{calor recebido} =: Q_R$$

- Note que:

$$Q_A, Q_D > 0$$

$$Q_B, Q_C < 0$$



MÁQUINAS TÉRMICAS

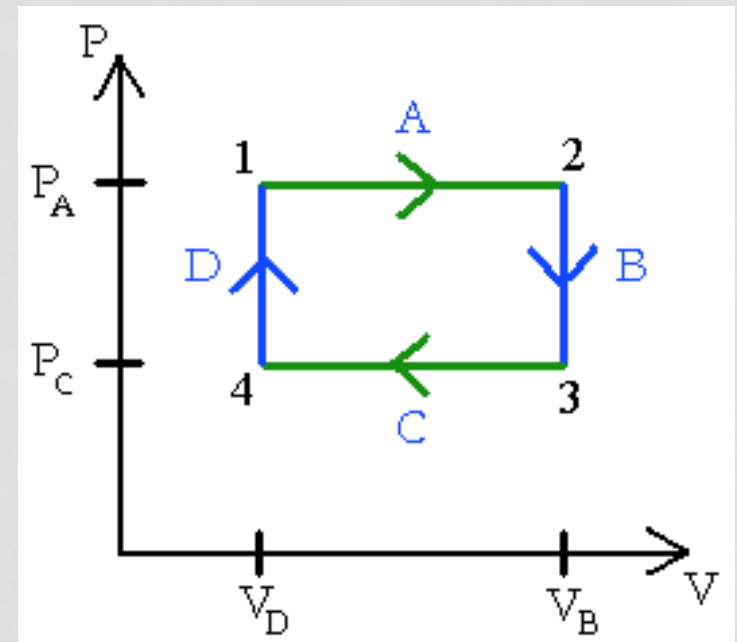
- Definimos

$$-Q_B - Q_C = \text{calor perdido} =: Q_P$$

$$Q_D + Q_A = \text{calor recebido} =: Q_R$$

- Assim, Q_R e Q_P são positivas e a primeira lei fica

$$W + Q_P = Q_R$$



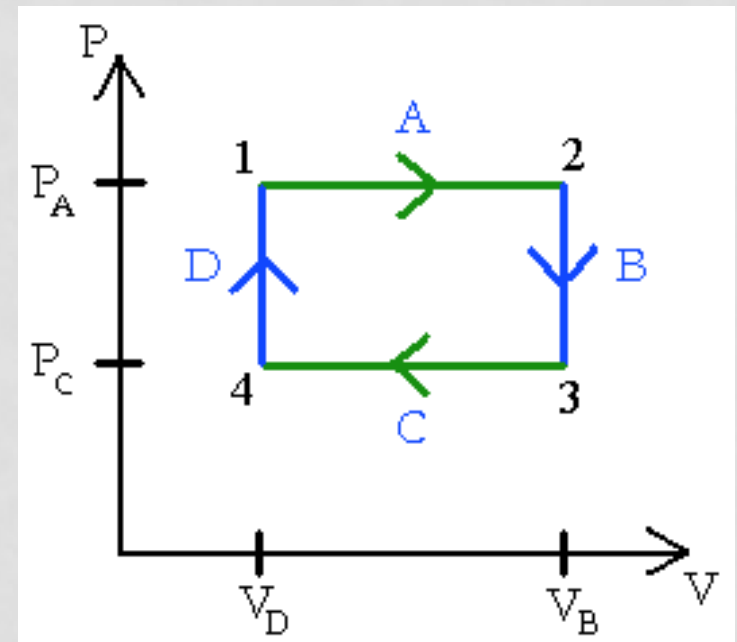
MÁQUINAS TÉRMICAS

- Definimos a eficiência da máquina térmica como

$$\eta = \frac{W}{Q_R} = 1 - \frac{Q_P}{Q_R}$$

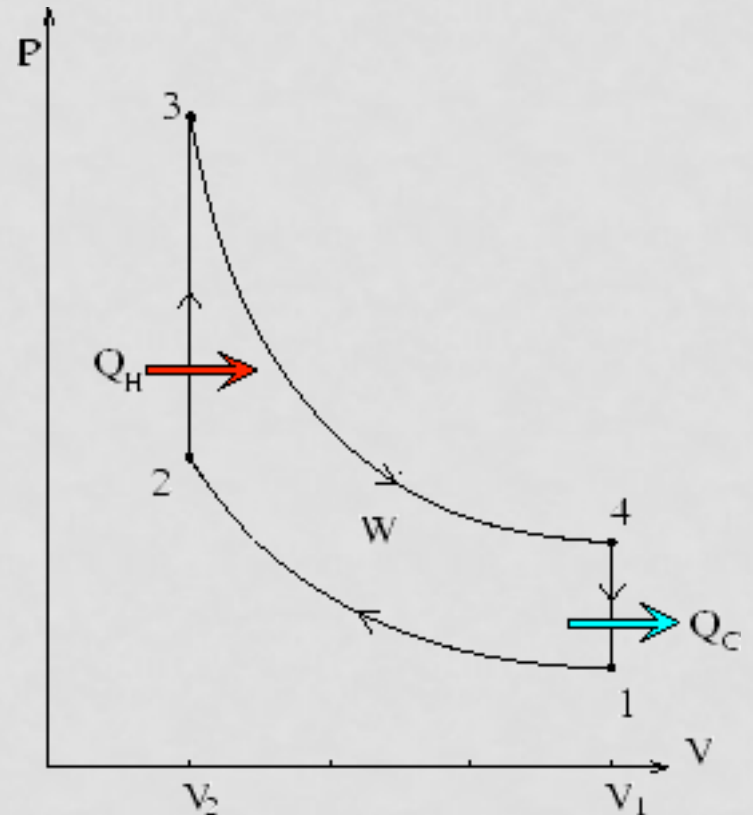
- Assim, Q_R e Q_P são positivas e a primeira lei fica

$$W + Q_P = Q_R$$



MÁQUINAS TÉRMICAS

- Exemplo:** Calcule a eficiência de um ciclo de Otto ilustrado na figura, em termos apenas do volume mínimo ocupado pelo gás, V_2 e do volume máximo V_1 e de γ . Considere os trechos 1- \rightarrow 2 e 3- \rightarrow 4 como adiabáticos.

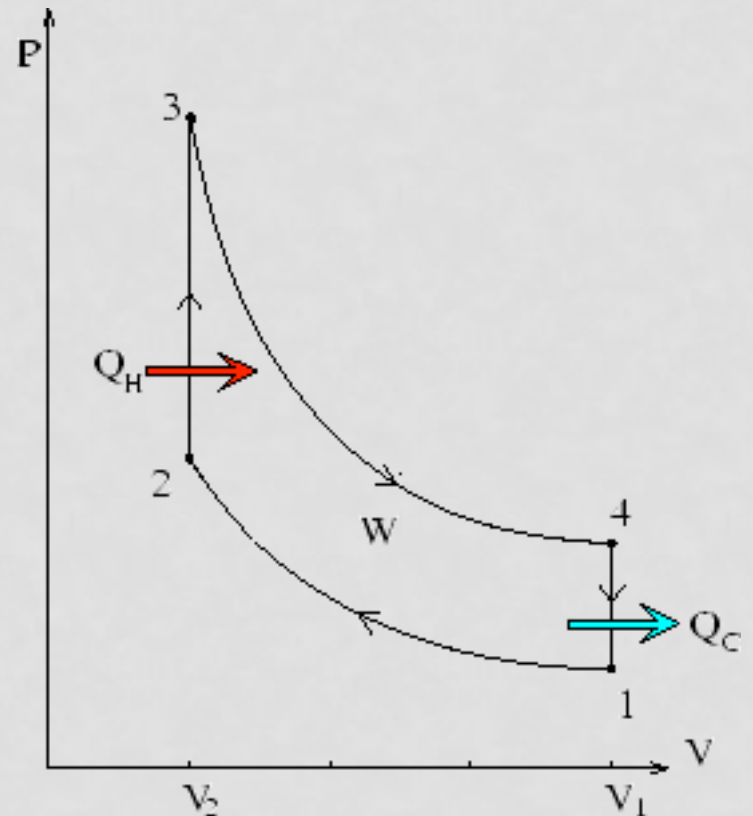


MÁQUINAS TÉRMICAS

- Solução:**

$$Q_R = nC_V(T_3 - T_2)$$

$$Q_P = nC_V(T_4 - T_1)$$



MÁQUINAS TÉRMICAS

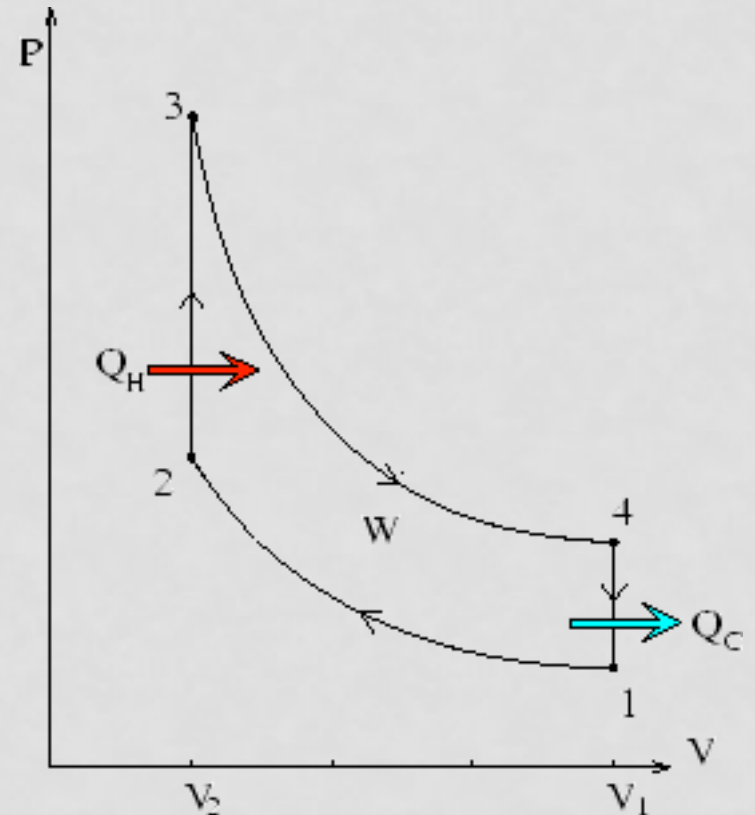
- **Solução:**

$$Q_R = nC_V(T_3 - T_2)$$

$$Q_P = nC_V(T_4 - T_1)$$

- Logo,

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$



MÁQUINAS TÉRMICAS

- **Solução:**

$$Q_R = nC_V(T_3 - T_2)$$

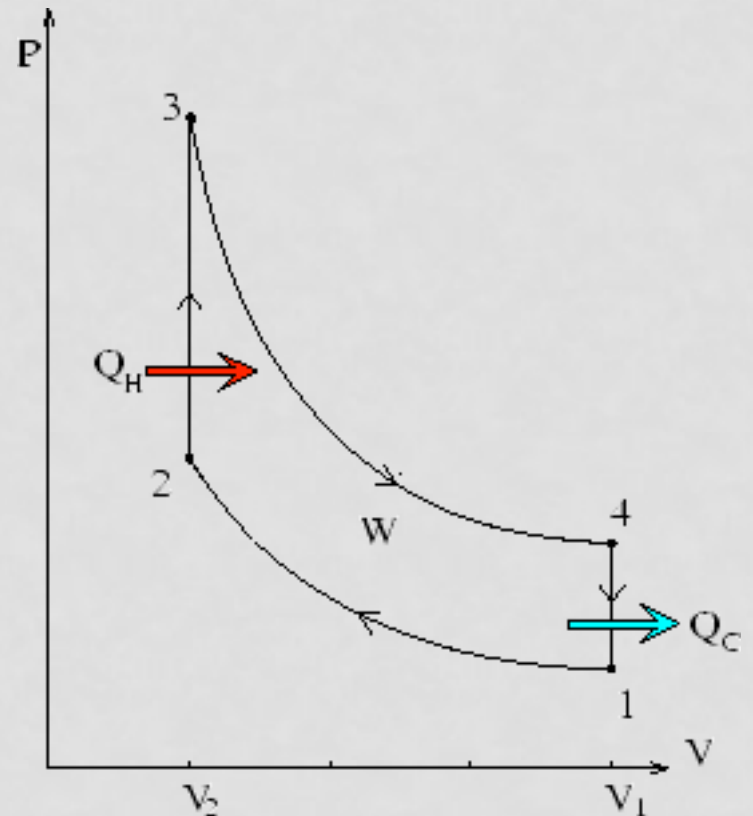
$$Q_P = nC_V(T_4 - T_1)$$

- Logo,

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

- Pela lei dos gases ideais:

$$\eta = 1 - \frac{V_1}{V_2} \left(\frac{P_4 - P_1}{P_3 - P_2} \right)$$



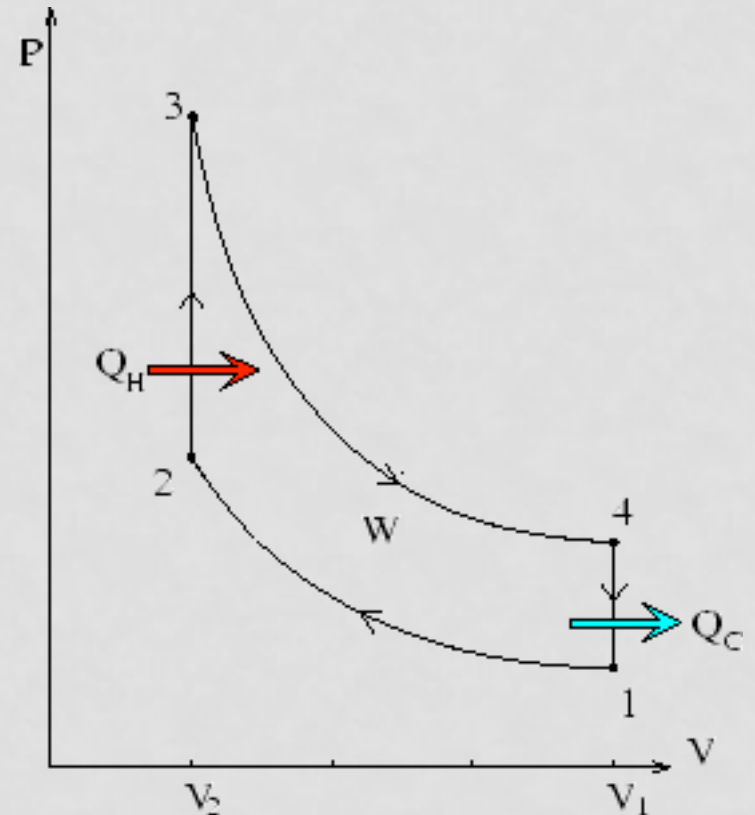
MÁQUINAS TÉRMICAS

- Como 1-→2 e 3-→4 são adiabáticas:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$
$$P_4 V_1^\gamma = P_3 V_2^\gamma$$

- Pela lei dos gases ideais:

$$\eta = 1 - \frac{V_1}{V_2} \left(\frac{P_4 - P_1}{P_3 - P_2} \right)$$



MÁQUINAS TÉRMICAS

- Como 1-→2 e 3-→4 são adiabáticas:

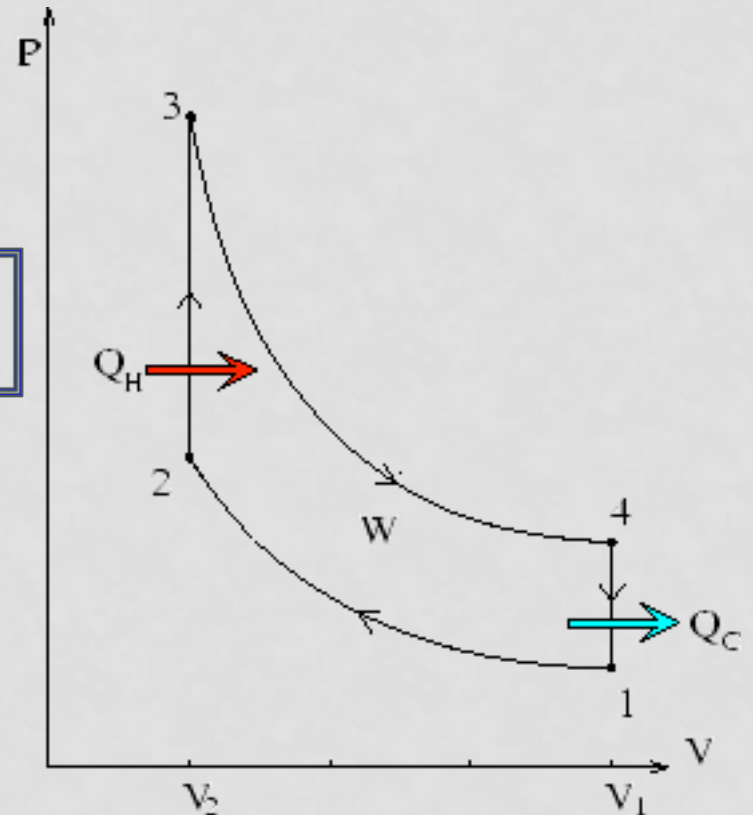
$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$
$$P_4 V_1^\gamma = P_3 V_2^\gamma$$

Subtraindo as eqs. acima:

$$(P_4 - P_1)V_1^\gamma = (P_3 - P_2)V_2^\gamma$$

- Pela lei dos gases ideais:

$$\eta = 1 - \frac{V_1}{V_2} \left(\frac{P_4 - P_1}{P_3 - P_2} \right)$$



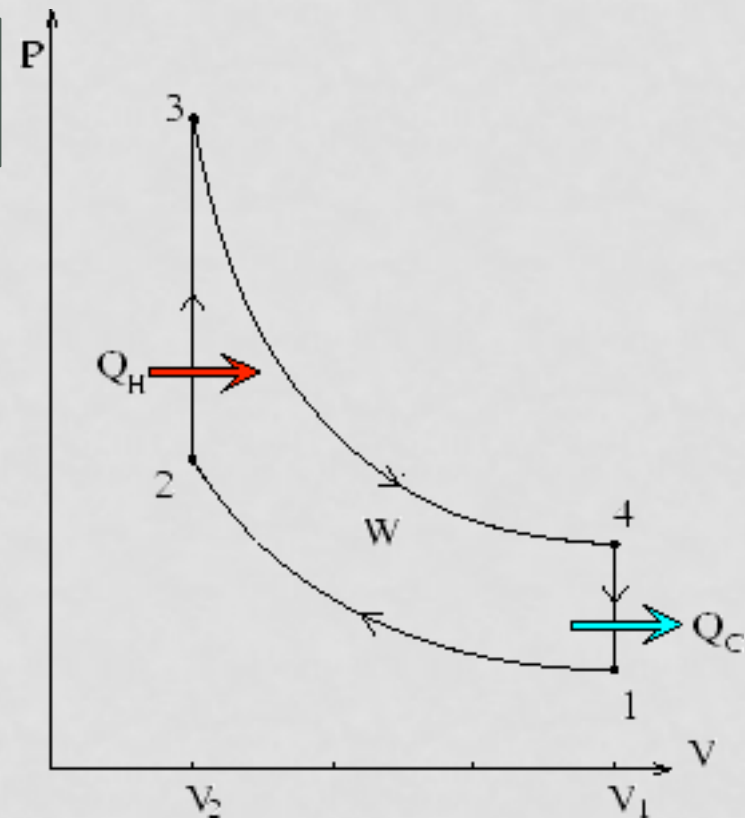
MÁQUINAS TÉRMICAS

- Combinando as equações em azul e verde:

$$(P_4 - P_1)V_1^\gamma = (P_3 - P_2)V_2^\gamma$$

$$\eta = 1 - \frac{V_1}{V_2} \left(\frac{P_4 - P_1}{P_3 - P_2} \right)$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$



MÁQUINAS TÉRMICAS

- Combinando as equações em azul e verde:

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

